

**Technická univerzita v Liberci**

Fakulta strojní

Katedra obrábění a montáže

Bakalářský studijní program:

strojírenská technologie

Zaměření:

obrábění a montáž

**STANOVENÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ PŘI KALIBRACI OPTICKÝCH  
POLYGONŮ V ČMI OI V LIBERCI**

**DETERMINATION OF MEASUREMENT UNCERTAINTY FOR  
CALIBRATION OF THE OPTICAL POLYGONS IN ČMI OI IN  
LIBEREC**

**KOM - 1150**

***Milan Spurný***

Vedoucí práce:

Ing. Štěpánka Dvořáčková Ph.D.

Konzultant:

Ing. Petr Hajfler, ředitel OI ČMI v Liberci

Počet stran: 59

Počet tabulek: 19

Počet obrázků: 17

Počet příloh: 2

03.01.2011



## **Stanovení nejistoty měření při kalibraci optických polygonů v ČMI OI v Liberci**

*Anotace:*

**Klíčová slova:** optický polygon, nejistota měření, kalibrace

Předmětem bakalářské práce je návrh nového způsobu výpočtu nejistoty měření optických polygonů v Českém metrologickém institutu (ČMI). Hlavním přínosem je zjednodušení a zefektivnění kalibrace optických polygonů včetně stanovení jejich nejistoty měření. Nový způsob vychází ze současných metod kalibrace polygonů v ČMI a stanovení jejich nejistot. Problematika řešení práce spadá do oblasti metrologie, oboru rovinný úhel.

## **Determination of measurement uncertainty for calibration of the optical polygons in ČMI OI in Liberec**

*Annotation:*

**Key words:** optical polygon, measurement uncertainty, calibration

The aim of my bachelor thesis is to propose a suggestion of a new way of the measurement uncertainty calculation in the Czech Metrology Institute (ČMI). The main contribution is to simplify and increase the efficiency of the calibration of the optical polygons as well as to determinate their measurement uncertainty. The new way has arisen out of the actual methods of the calibration of polygons in the ČMI and out of the determination of their measurement uncertainty. The thesis issues have come under the field of metrology, the subject of the plane angle.

Zpracovatel: TU v Liberci, KOM

Dokončeno: 2011

Archivní označ. zprávy:

Počet stran: 59

Počet tabulek: 19

Počet obrázků: 17

Počet příloh: 2

## **MÍSTOPŘÍSEŽNÉ PROHLÁŠENÍ**

Byl jsem seznámen s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Datum: 03.01.2011

Podpis



## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Štěpánce Dvořáčkové Ph.D. a konzultantovi Ing. Petru Hajflerovi za jejich vstřícnost, cenné rady a připomínky, které mi byly z jejich strany poskytovány. Dále děkuji kolektivu ČMI OI v Liberci za technickou pomoc při prováděných experimentech.

Speciální poděkování patří rovněž mé rodině, která mi byla oporou během celého mého studia.

Milan Spurný







## Obsah:

Seznam použitých symbolů a zkratk .....	7
1. Úvod.....	8
2. Kalibrace optických polygonů.....	10
2.1. Kalibrace optických polygonů v ČMI OI Liberec.....	12
2.1.1. Komparační metoda .....	12
2.1.2. Kombinační metoda.....	14
3. Nejistota měření optických polygonů .....	17
3.1. Stanovení nejistoty měření optických polygonů komparační metodou	22
3.2. Stanovení nejistoty měření optických polygonů kombinační metodou	25
4. Metodika měření .....	29
4.1. Statistické vyhodnocování .....	29
4.2. Použitá technologie kalibrace .....	29
4.3. Výstupní hodnoty z měření .....	31
5. Výsledky a hodnocení.....	36
5.1. Postup vyhodnocování .....	36
5.2. Výpočet korekcí a nejistoty měření pro 8-boký polygon komparační metodou.....	36
5.3. Výpočet korekcí a nejistoty měření pro 8-boký polygon kombinační metodou.....	39
5.4. Výpočet korekcí a nejistoty měření pro 8-boký polygon samokalibrační metodou.....	42
5.5. Porovnání nejistot měření a metod kalibrace pro optické polygony ....	47
6. Diskuze výsledků .....	50
7. Závěr.....	55
Seznam použité literatury:.....	58
Seznam příloh:.....	59

## Seznam použitých symbolů a zkratek

symbol	název	jednotka
$A_k$	autokolimátor	[ - ]
$A_i$	úhel záměrných os	[ ° ]
$a_i$	hodnota odečítaná na autokolimátoru 1	[ “ ]
$a_i^e$	čtení na i-té ploše etalonového polygonu	[ “ ]
$a_i^o$	čtení na i-té ploše kalibrovaného polygonu	[ “ ]
$b_j$	hodnota odečítaná na autokolimátoru 2	[ “ ]
$c_i$	citlivostní koeficient	[ - ]
$d_i$	diference	[ “ ]
$k$	koeficient rozšíření	[ - ]
$k'$	předběžná hodnota definitivní korekce	[ “ ]
$K_{1j}$	definitivní korekce úhlů vztažená na první funkční plochu	[ “ ]
$K_{Ar}$	korekce pevného úhlu mezi osami autokolimátorů	[ “ ]
$K_{jj}$	korekce etalonového polygonu	[ “ ]
$k_{ij}$	korekce úhlů kalibrovaného polygonu	[ “ ]
$o_z$	otočné zařízení	[ - ]
$p_e$	polygon etylénový	[ - ]
$p_k$	polygon kalibrovaný	[ - ]
$r$	pořadové číslo série	[ - ]
$s$	výběrová směrodatná odchylka	[...]
$t$	čas	[min]
$U$	rozšířená kombinovaná nejistota OP	[ “ ]
$u$	standardní nejistota OP	[ “ ]
$u_A$	standardní nejistota OP vyhodnocovaná způsobem A	[ “ ]
$u_B$	standardní nejistota OP vyhodnocovaná způsobem B	[ “ ]
$u_c$	kombinovaná standardní nejistota OP	[ “ ]
$\bar{x}$	výběrový průměr	[...]
$x_i$	redukováná odchylka	[ “ ]
$Z$	zdroj nejistoty	[...]
$z$	příspěvek zdroje nejistoty	[...]
$\Delta z_{\max}$	chyba maximální pro příspěvek nejistoty zdroje	[...]
ČMI	Český metrologický institut	
ČSN	Česká státní norma	
ISO	Mezinárodní organizace pro normalizaci	
MS	Microsoft Office	
OI	oblastní inspektorát	
OP	optický polygon	
SI	Mezinárodní soustava jednotek	
Z	zdroj nejistot měření	

## 1. Úvod

Kalibrace měřidel zabezpečuje jednotnost a správnost měřidel a měření. Používáním správných měřících přístrojů a měřidel je jedním z důležitých předpokladů nejen pro zajištění kvality výrobků. Je všeobecně známo, že tam, kde není dostatečně kvalitně zabezpečena metrologie, nemůže být zajištěna ani kvalitní technologie výroby.

Bakalářské práce je zaměřena na kalibraci optických polygonů v oboru rovinný úhel.

Každá kalibrace se musí provádět na základě předepsaných podmínek. Takovými podmínkami je soubor informací, metod a pokynů, které jsou zahrnuté v kalibračním postupu. V něm musí být popsán celý proces provádění kalibrace.

Výstupem každé kalibrace je kalibrační list obsahující výsledek měření a hodnocení přesnosti měření. Kvalitativní hodnota výsledku je dána vyjádřením nejistoty měření při kalibraci. Nejistota měření je parametr, který bezprostředně souvisí s výsledkem měření a charakterizuje rozptyl hodnot, které lze naměřené hodnotě přiřadit. Jinými slovy, je to interval, ve kterém se mohou vyskytovat všechny očekávané výsledky měření, a jeho stanovení je velmi úzce svázáno s teorií pravděpodobnosti - souvisí s tím, jaká spolehlivost je od výsledku měření vyžadována.

Předmětem bakalářské práce je návrh nového způsobu výpočtu nejistoty měření optických polygonů v Českém metrologickém institutu - oblastním inspektorátu Liberec (dále již ČMI Ol Liberec), který musí být v souladu s metrologickým řádem.

Hlavním přínosem by mělo být zjednodušení a zefektivnění kalibrace optických polygonů včetně stanovení jejich nejistoty měření. Nový způsob by měl vycházet ze současných metod kalibrace polygonů v ČMI a stanovení jejich nejistot.

Práce je rozdělena do dvou hlavních částí, a sice do teoretické a experimentální.

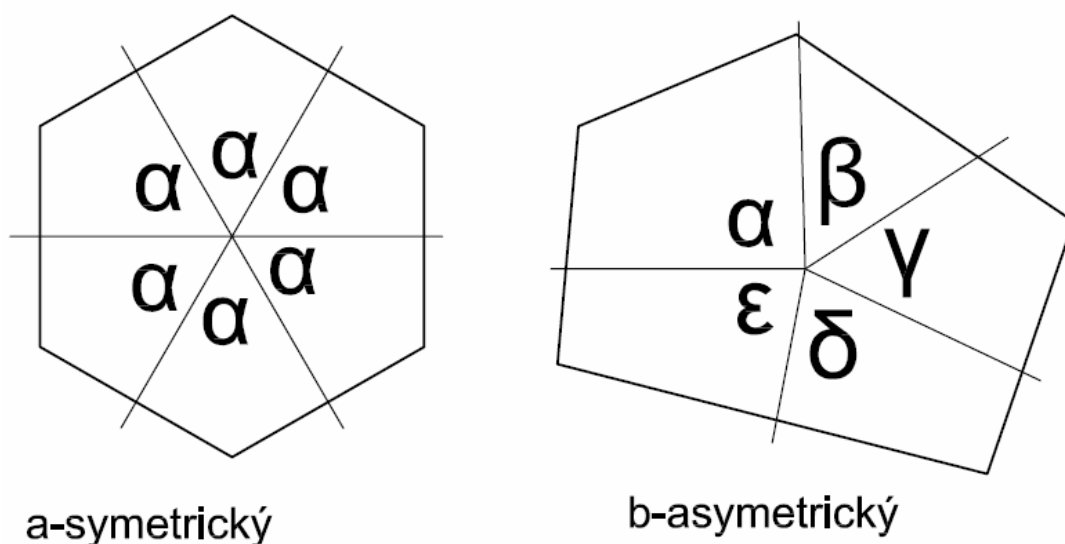
Úvodní teoretická část práce uvádí v nezbytném rozsahu základní pojmy a vztahy související s kalibrací a nejistotou měření optických polygonů. Tato část se opírá o tuzemskou i zahraniční literaturu.

Experimentální část je tvořena dílčími výsledky konkrétního vyhodnocení nejistoty měření při různých metodách výpočtu. V této části práce byly nejprve zhodnoceny dosažené nejistoty měření při komparační a kombinační metodě kalibrace optických polygonů využívané v ČMI OI Liberec. Dále byl navrhnout nový způsob výpočtu nejistoty měření, který by měl usnadnit a zpřesnit výpočet.

Zadání bakalářské práce je řešené pro praktické potřeby ČMI.

## 2. Kalibrace optických polygonů

Optický polygon je pravidelný víceboký hranol (z kovu, optického skla a nebo z taveného křemene), který má stěny pláště rovinné, opracované do zrcadlového lesku a kolmé na jednu ze základen. Přívlstek optický zdůrazňuje, že funkční plochy polygonu působí jako zrcadla a používají se na měření úhlů s optickými přístroji. Podle tvaru se dělí polygony na symetrické a asymetrické; schématické znázornění je na obr.1. [1]



Obr. 1 Tvary optických polygonů [1]

Myšlenka vyrobit symetrický polygon byla motivována zejména požadavkem získat vhodný prostředek pro zkoušení dělených kruhů (limbusů) úhloměrných přístrojů (dělicích hlav a stolů, teodolity apod.), protože optický polygon zhmotňuje úhly s vysokou stabilitou. Za původce této myšlenky se pokládá Taylerson, který kovový dvanáctiboký polygon použil na zmíněný účel. V USA byl zkonstruován 24-boký skládaný polygon na základě bloků podobných koncovým měrkám (destičky nebo hranoly s přesností až 0,001 mm), které byly stabilně připevněné na rovinnou kruhovou desku ve dvou horizontech. Polygon sloužil jako etalon (míra, měřicí přístroj, měřidlo použito pro referenční účely) na kalibraci úhloměrných přístrojů. [1]

Vznik asymetrických polygonů vyvolal požadavek realizovat různé necelistvé hodnoty úhlů, které symetrický polygon neposkytoval. Jejich uplatnění je zejména v oblasti metrologie ke kalibraci odčítacích zařízení úhloměrných přístrojů s limbusem. Určitou nevýhodou asymetrických polygonů je nestejná velikost funkčních ploch (viz. obr. 1b).

Polygony jsou nejčastěji vyrobené ze skla, taveného křemene anebo kovu.



Obr. 2 Skleněný polygon [1]

Polygony ze skla a taveného křemene se obvykle montují do kovového pouzdra, které plní dvě funkce: chrání vlastní polygon před poškozením a umožňuje správně nastavit polygon do předepsané polohy při měření. Kromě toho se funkční plochy vakuově napařují hliníkovou vrstvou a ochrannou vrstvou SiO (oxid křemíku). Vlastní polygon je centricky montován (s korkovým mezikroužkem) na čep pouzdra, které má přesně opracovaný otvor na upevnění na hřídel. Spodní část pouzdra má jemně broušenou základnu tvaru mezikruží, kolmou na osu čepu s otvorem. Válcová část pouzdra má kruhové otvory, které maskují funkční plochy polygonu. Ve spodní části pouzdra jsou ještě tři nastavovací šrouby, pomocí kterých se připraví vlastní polygon v pouzdře tak, aby jeho funkční plochy byly rovnoběžné s osou otvoru, resp. kolmé na základnu. [1]

Zvláštním druhem polygonů jsou tzv. mřížkové polygony, které navrhl Sakayanagi



Obr. 3 Mřížkový polygon [1]

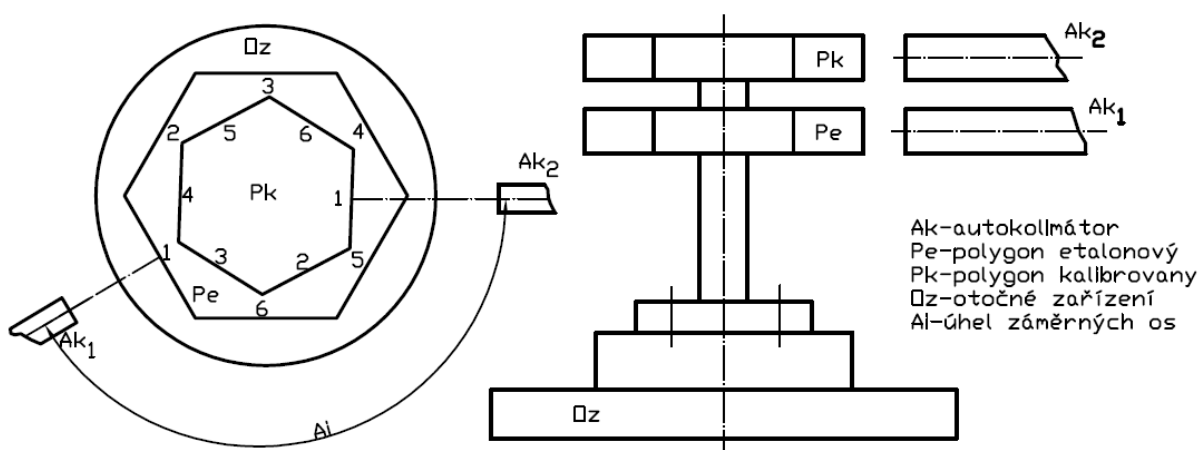
Mřížkový polygon odstraňuje hlavní nevýhodu obyčejných polygonů (praktická nemožnost reprodukce úhlů menších než 5 stupňů) tím, že na funkčních plochách má vyryty jemné mřížky, které umožňují při osvětlení monochromatickým světlem vznik ohybového jevu.

## 2.1. Kalibrace optických polygonů v ČMI OI Liberec

Kalibrace optických polygonů v ČMI OI Liberec je uskutečňována nejčastěji dvěma metodami označovanými jako: komparační (porovnávací) a kombinační.

### 2.1.1. Komparační metoda

Je založena na porovnávání hodnoty úhlu kalibrovaného optického polygonu se známými hodnotami úhlů etalonového (referenčního polygonu) optického polygonu. Ke kalibraci se používá dělicí stůl s upínacím přípravkem dva autokolimátory, (autokolimátor je optický přístroj pro měření rovinnosti [6]) a etalonový polygon. Etalonový a kalibrovaný polygon jsou upnuty v přípravku souose nad sebou a na každý z nich je zacílen jeden autokolimátor (viz. obr. 4).



Obr. 4 Kalibrace optických polygonů komparační metodou

Před vlastní kalibrací se provede vnější prohlídka, t.j. zjistí se, zda polygon není zjevně poškozený (poškrábaný, prasklý, zkorodovaný). Následuje kontrola rovinnosti funkčních ploch. U polygonu bez pouzdra se použije skleněná destička pro interferenční měření (namísto autokolimátoru je použit interferometr), u polygonů v pouzdře se rovinnost posoudí vizuálním nebo fotoelektrickým autokolimátorem ve vizuálním režimu. Pomocí autokolimátoru se rovněž zkontroluje kolmost funkčních ploch k základně. Při pozorování pomocí autokolimátoru je polygon instalován na přípravku upnutém na dělicím stole. Před měřením úhlů polygonu se musí celé zařízení včetně zkoušeného polygonu nechat temperovat alespoň 12 hodin.

Během kalibrace jsou oba polygony upevněny na přípravku tak, že jsou umístěny nad sebou a jejich osy jsou totožné. Ke každému polygonu je justován (uvedení měřicího přístroje do funkčního stavu pro jeho použití [5]) jeden autokolimátor. Záměrné osy autokolimátoru mají protínat středy funkčních ploch polygonu. Vodorovná vlákna záměrného kříže autokolimátoru musí být rovnoběžná s měřenou rovinou. Po provedení základní justáže se 2x odečítají hodnoty na autokolimátorech na první ploše, stejným způsobem se měří na druhé ploše a na dalších plochách polygonu, končí se kontrolním měřením na první ploše, tzn., že vznikla první řada. Druhá řada se měří opačným směrem.

Měří se nejméně 4 série (1 série = první + druhá řada), v případě většího rozptylu naměřených hodnot se provede více měření. Může se měřit i několik řad v jednom smyslu otáčení polygonu. Údaje autokolimátorů na každé dvojici odpovídajících ploch se zaznamenají.

Z naměřených hodnot se nejdříve vypočítají difference  $d_i$  u každé dvojice údajů autokolimátoru. Difference  $d_i$  se vypočítají dle vztahů:

$$\begin{aligned}d_1 &= a_{1e} - a_{1o}, \\d_2 &= a_{2e} - a_{2o}, \\d_i &= a_{ie} - a_{io},\end{aligned}\tag{2.1}$$

kde  $a_{ie}$ ,  $a_{io}$  jsou čtení na  $i$ -té ploše etalonového a kalibrovaného polygonu. Z dílčích diferencí u každé plochy se vypočítají střední hodnoty  $d_i$  a výběrová směrodatná odchylka, které se použijí při dalších výpočtech.



Dále se vypočítají hodnoty redukovaných odchylek  $x_i$  podle vztahu:

$$x_i = d_i - d_{i+1}. \quad (2.2)$$

Na základě těchto hodnot a známých korekcí  $K_{ij}$  etalonového polygonu se vypočítají korekce úhlů kalibrovaného polygonu podle soustavy rovnic:

$$\begin{aligned} k_{12} &= K_{12} + x_1, \\ k_{23} &= K_{23} + x_2, \\ k_{34} &= K_{34} + x_3 \end{aligned} \quad (2.3)$$

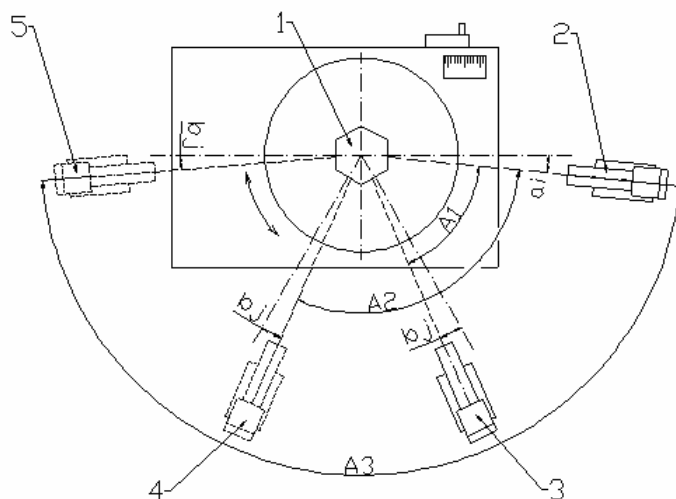
atd. pro všechny sousední úhly ověřovaného polygonu.

### 2.1.2. Kombinační metoda

Je založena na porovnání odchylek jednotlivých ploch polygonu, pomocí dvou autokolimátorů. Ke kalibraci se používá dělicí stůl s upínacím přípravkem a dva autokolimátory.

Před vlastní kalibrací se provede vnější prohlídka polygonu. Tato prohlídka je totožná s výše uvedenou metodou komparační (viz. 2.1.1).

Schéma rozmístění měřicí soustavy je znázorněno na obrázku 5. Do osy dělicího stolu se vycentruje kalibrovaný polygon 1. Na první plochu polygonu se zaměří paprsek autokolimátoru 2 a na sousední plošku se justuje druhý autokolimátor 3. Během první serie měření jsou oba autokolimátory umístěné ve stejné poloze a pomocí otáčecího zařízení se otáčí polygonem, tímto měřením získáme difference (odchyly) všech sousedních ploch. Poté se autokolimátor 2 přestaví na další plochu (tj. poloha 4) a znovu se otáčí polygonem. Následně se autokolimátor přestaví do polohy 5, tzn., že oba autokolimátory jsou proti sobě a opět probíhá kompletní otočení polygonu. Každá série měření obsahuje úplnou otáčku polygonu 1 při dané pozici obou autokolimátorů. Hodnoty odečtené na autokolimátoru 1 jsou označeny jako  $a_i$ , hodnoty odčítané na autokolimátoru 2  $b_j$ .



Obr. 5. Kalibrace optických polygonů kombinační metodou

Pro první sérii měření je možné sestavit soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} a_1 - b_2 &= d_1, \\ a_2 - b_3 &= d_2, \\ a_N - b_1 &= d_{N1}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

kde písmena  $a$  značí hodnoty odečítané na autokolimátoru 1.  $b$  značí hodnoty odečítané na autokolimátoru 2, rozdíl odchylek mezi plochami  $a$  a  $b$  je dán veličinou  $d$ .

Na základě těchto rovnic je stanovena korekce pevného úhlu  $A1$  mezi osami autokolimátorů, tj. hodnota  $K_{Ar}$ :

$$K_{Ar} = \frac{\sum d_i}{N}. \quad (2.5)$$

kde  $r$  je pořadové číslo série.

Podle výše uvedených rovnic se sestaví analogické vztahy pro ostatní série měření. Následně jsou vypočteny předběžné korekce k úhlům kalibrovaného polygonu podle rovnic:

$$\begin{aligned} k_{\frac{1}{2}} &= d_{\frac{1}{2}} - K_{A1}, \\ k_{\frac{2}{3}} &= d_{\frac{2}{3}} - K_{A1}, \\ k_{N1} &= d_{N1} - K_{A1}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Tyto rovnice jsou platné pro první sérii měření. Analogicky sestavíme rovnice i pro ostatní série. Předběžné korekce slouží jako vstupní hodnoty pro výpočet definitivních korekcí  $K_{ij}$ . Předtím jsou ještě vypočítány předběžné hodnoty definitivních korekcí  $k'$  tzv. kombinačním postupem.

$$\begin{aligned} k'_{\frac{1}{2}} &= k_{\frac{1}{2}} - k_{\frac{2}{2}}, \\ k'_{\frac{1}{3}} &= k_{\frac{1}{3}} - k_{\frac{2}{3}}, \\ k'_{\frac{1}{N}} &= k_{1N} - k_{2N}, \\ k'_{\frac{2}{1}} &= k_{\frac{1}{1}} - k_{\frac{2}{1}}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Analogicky dle výše uvedených rovnic vypočítáme předběžné hodnoty definitivních korekcí také pro  $k'_{13}$ ,  $k'_{14}$  atd. Dále jsou vypočteny definitivní korekce úhlů polygonu, které jsou vztaženy na první funkční plochu, dle vztahu:

$$K_{1j} = \frac{\sum k'_{1j}}{N}. \quad (2.8)$$

Takovýmto způsobem jsou zjištěny korekce úhlů jednotlivých ploch polygonu.

### 3. Nejistota měření optických polygonů

Každý měřicí proces poskytuje výsledek, který je odhadem skutečné hodnoty, ale který je současně ovlivněn výskytem jak náhodných, tak systematických chyb během měřicího procesu. Výsledek stanovení nemůže představovat přesnou hodnotu, tedy hodnotu bez přidruženého údaje, který by charakterizoval úroveň zahrnutých chyb. Výsledek není plnohodnotnou informací. Takovým údajem je hodnota nejistoty měření. [7]

Nejistota je odhad připojený k výsledku měření charakterizující interval hodnot, o němž se tvrdí, že uvnitř něho leží skutečná hodnota. Nejistota vyplývá nejen z chyb vznikajících v různých fázích měření, ale také z neznalosti nejrůznějších vlivů způsobujících zdroj možných chyb, které posléze ovlivňují výsledek měření. Aby mělo měření význam, je nezbytné mít znalosti o těchto zdrojích chyb a jejich nejistotě. [3]

Při určování nebo odhadování nejistoty konkrétního postupu je třeba zajistit, aby odhad bral explicitně v úvahu všechny možné zdroje nejistoty a vyhodnotil ty významné. Mnoho různých faktorů způsobuje, že se výsledek měření téměř jistě odchyluje od skutečné hodnoty. Tyto faktory se navíc experiment od experimentu mění a vliv každého z nich na výsledek není nikdy přesně znám. Není proto možné získat přesnou odchylku jednotlivého výsledku měření od skutečné hodnoty a musí se tedy odhadovat jen její pravděpodobný rozsah. [7]

Primárním úkolem při odhadování hodnoty nejistoty měření je identifikace odpovídajících zdrojů nejistoty a přiřazení hodnoty každému významnému příspěvku. Jednotlivé příspěvky se potom kombinují. [8]

Při výpočtu nejistoty měření optických polygonů se postupuje podle předpisu EA 4/02.

Mírou nejistoty měření je výběrová směrodatná odchylka udávané hodnoty. Takto vyjádřená nejistota se označuje standardní nejistota  $u$  a představuje rozsah okolo naměřené (stanovené) hodnoty. [2]

Standardní nejistota se dělí na standardní nejistotu vyhodnocovanou způsobem A (zahrnuje složky nejistot, které pocházejí z místních zdrojů nejistot měření, které přímo souvisejí s realizací daného měření) a standardní nejistotu vyhodnocovanou způsobem B (zahrnuje ty složky nejistot, které vznikají v důsledku náhodných chyb nebo odchylek, o kterých nejsme schopni získat přímé informace na základě místní realizace daného měření, nebo které vznikají na základě náhodných chyb a odchylek v rámci jiných procesů měření, které ovšem mají s daným procesem měření nějakou souvislost [2]).

### Standardní nejistota vyhodnocovaná způsobem A

Standardní nejistota vyhodnocovaná způsobem A je způsobena náhodnými chybami (příčiny jejich vzniku nejsou známy), které nemohou být korigovány a stanoví se z opakovaných měření stejné hodnoty za stále stejných podmínek statistickým přístupem a označuje se  $u_A$ . [2]

Standardní nejistota vyhodnocovaná způsobem A se stanoví z  $n$  opakovaných a nezávislých měření stejné hodnoty za stejných podmínek. Odhad měřené hodnoty veličiny  $X$  je dán výběrovým průměrem  $\bar{x}$  z  $n$  naměřených hodnot  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . (Výběrového průměru proto, že hodnota, která se uvádí jako výsledek měření, se získá výpočtem průměrné hodnoty opakovaně provedených odečtů.) Výběrový průměr  $\bar{x}$  se určí jako podíl součtu naměřených hodnot  $x_i$  z každého měření a počtu prováděných měření  $n$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.1)$$

Sebevětší přesnost měření by byla málo cenná, pokud by nebyla přibližně určena chyba výsledku. K posouzení přesnosti měření se nejčastěji užívá výše zmiňovaná výběrová směrodatná odchylka. (Výběrová odchylka proto, že naměřené hodnoty  $x$  představují určitý malý výběr z prakticky neomezeného množství hodnot, kterých veličina může nabývat.)

Výběrová směrodatná odchylka je pak podle následujícího vztahu vypočítána jako odmocnina ze součtu čtverců všech rozdílů mezi naměřenými hodnotami  $x_i$  z jednotlivých měření a výběrového průměru  $\bar{x}$ , dělená počtem provedených měření  $n - 1$ :

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3.2)$$

Výběrová směrodatná odchylka  $s_x$  charakterizuje rozptyl naměřených hodnot kolem výběrového průměru  $\bar{x}$ .

Pro vyhodnocení měření je však důležitější vědět, jakou chybou bude zatížen výběrový průměr naměřených hodnot. [4] Protože v případě této chyby již jde o určení chyby veličiny, musí se použít vztah pro výběrovou směrodatnou odchylku výběrového průměru:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.3)$$

Výběrová směrodatná odchylka výběrových průměrů  $s_{\bar{x}}$  charakterizuje rozptyl hodnot výběrových průměrů. Je proto zvolena jako míra nejistoty výběrového průměru  $\bar{x}$  (míra nejistoty odhadu hodnoty veličiny  $X$ ).

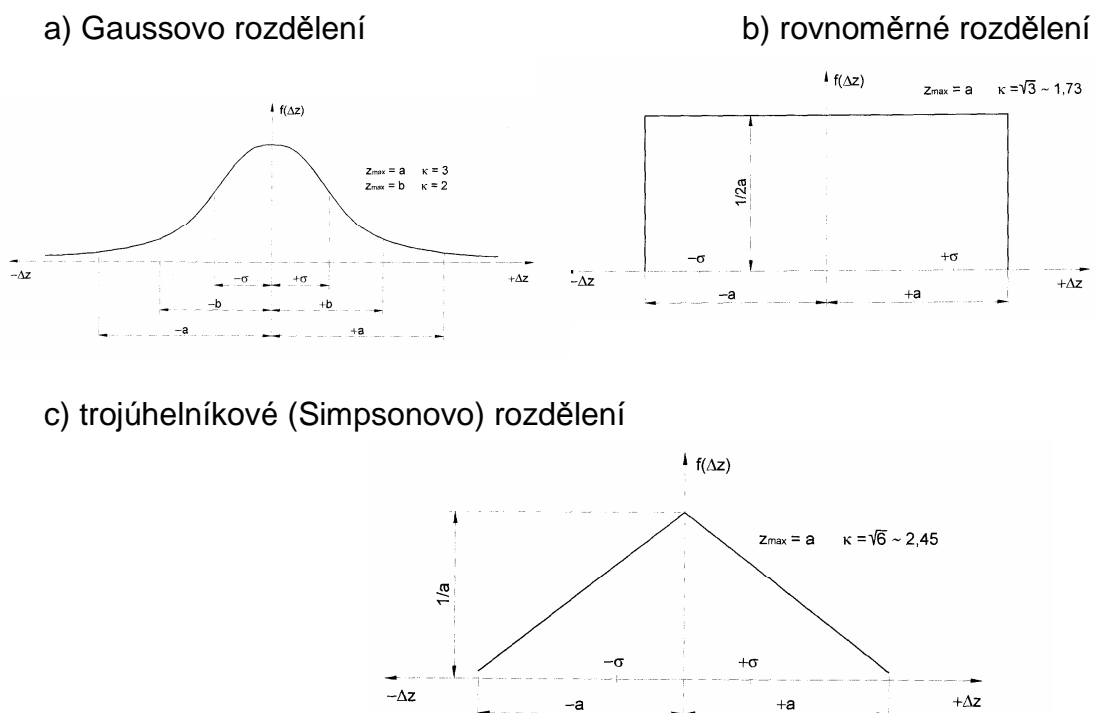
Standardní nejistota vyhodnocovaná způsobem A označovaná jako  $u_A$  je v tomto případě rovna směrodatné odchylce výběrových průměrů daná vztahem:

$$u_A = s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.4)$$

## Standardní nejistota vyhodnocovaná způsobem B

Jednotlivé velikosti standardních nejistot jsou vypočítány z velikostí příspěvků daných zdrojů ozn.  $Z$  s ohledem na jejich rozdělení pravděpodobnosti. Při odhadu standardní nejistoty typu B ze zdroje  $Z$  nejprve odhadneme maximální rozsah odchylek (změn)  $\pm \Delta z_{max}$  od hodnoty veličiny příslušející zdroji tak, aby překročení  $\Delta z_{max}$  bylo málo pravděpodobné. [2]

Volba rozdělení pravděpodobnosti odchylek  $\Delta z$  vychází z teoretických znalostí, zkušeností nebo jinak získaných poznatků o rozdělení velikostí  $\Delta z$ . Pokud pravděpodobnost odchylek s jejich rostoucí hodnotou klesá a největší pravděpodobnost mají odchylky malé, je vhodnou aproximací Gaussovo nebo trojúhelníkové (Simpsonovo) rozdělení. V opačném případě použijeme některé rozdělení bimodální. Rovnoměrné rozdělení použijeme v případě, kdy pravděpodobnost malých i velkých odchylek v intervalu  $-\Delta z_{max}$ ,  $+\Delta z_{max}$  je přibližně stejná. Pokud nelze odpovědně rozhodnout o rozložení pravděpodobnosti odchylek a lze-li vyjít z předpokladu, že všechny hodnoty  $\Delta z$  v intervalu  $-\Delta z_{max}$ ,  $+\Delta z_{max}$  se mohou vyskytovat se stejnou pravděpodobností, pak se volí rovnoměrné rozdělení. Tento případ je nejjednodušší, a proto, i když přináší největší nejistoty, se používá nejčastěji. [2]



Obr. 3.1 Ukázka používaných rozdělení pravděpodobnosti

Nejistoty jednotlivých zdrojů  $Z$  se určí ze vztahu:

$$u_{B_z} = \frac{\Delta z_m}{\Theta} \quad (3.5)$$

parametr  $\Theta$  je koeficient pro zvolené rozdělení pravděpodobnosti. Výsledná standardní nejistota typu B je označována  $u_B$ .

Vzhledem k tomu, že složky nejistoty obou způsobů A i B jsou v principu zcela srovnatelné, vyjadřuje se nejistota souhrnně jako **kombinovaná standardní nejistota** s označením  $U_c$ . [2]

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (3.6)$$

Kombinovaná nejistota je univerzální mírou k vyjadřování nejistoty výsledku měření. Je však vhodné udávat míru nejistoty jako interval v okolí výsledku měření, ve kterém leží hodnoty, jež lze přisoudit výsledku měření s vysokou věrohodností. Taková míra se nazývá **rozšířená kombinovaná nejistota** označovaná jako  $U$ . [2]

Hodnota výsledku měření označená jako  $y$  spolu s nejistotou měření se uvádí ve tvaru  $y \pm U$ , kde  $U$  je právě rozšířená kombinovaná nejistota, charakterizující interval hodnot, ve kterém leží skutečná hodnota veličiny  $y$  s určitou předem zvolenou pravděpodobností. Standardní kombinovanou nejistotu je nutné převést na rozšířenou nejistotu měření dle vztahu:

$$U = k \cdot u_c \quad (3.7)$$

$k$  je koeficient rozšíření a jeho hodnota je volena  $k=2$  (odpovídá pravděpodobnosti 0,95 pro normální rozdělení);  $u_c$  je kombinovaná standardní nejistota měření.



### 3.1. Stanovení nejistoty měření optických polygonů komparační metodou

Zkoušený polygon je kalibrován porovnáním s etalonovým polygonem za pomoci dvou autokolimátorů. Základem pro výpočet korekcí úhlů a jejich nejistot jsou rozdíly mezi údaji autokolimátorů, tzv. difference. Tyto difference se vypočítají dle vztahů:

$$\begin{aligned}d_1 &= a_{1e} - a_{1o}, \\d_2 &= a_{2e} - a_{2o}, \\d_i &= a_{ie} - a_{io},\end{aligned}\tag{3.8}$$

kde  $d_1$  udává rozdíl čtení autokolimátoru na 1. plochách optických polygonů,  $a_{1e}$  čtení autokolimátoru na 1. ploše etalonového polygonu a  $a_{1o}$  čtení autokolimátoru na 1. ploše kalibrovaného polygonu.

Z vypočítaných diferencí se dále vypočítají hodnoty:

$$\begin{aligned}x_1 &= d_1 - d_2, \\x_2 &= d_2 - d_3 \text{ atd.},\end{aligned}\tag{3.9}$$

kde  $x_1, x_2$  jsou pomocné hodnoty pro výpočet.

Z hodnot  $x$  se vypočítají korekce dle vztahu:

$$\begin{aligned}k_{1-2} &= x_1 + K_1, \\k_{2-3} &= x_2 + K_2 \text{ atd.},\end{aligned}\tag{3.10}$$

kde  $k_{1-2}$  značí korekce úhlu kalibrovaného polygonu mezi plochami 1 a 2 a  $K_1$  korekce etalonového polygonu na 1. ploše.

Vstupními veličinami pro výpočet jsou tedy hodnoty diferencí  $d_1$  až  $d_i$  a hodnoty korekcí etalonového polygonu  $K_1$  až  $K_i$ . Výstupní veličinou je korekce  $k$  u každé plochy kalibrovaného polygonu.

Standardní nejistota vyhodnocovaná způsobem A se stanoví pro danou metodu vztahem:

$$u_A = s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}\tag{3.11}$$

Výběrové směrodatné odchyly  $s_d$  se vypočítají pro  $d_1$  až  $d_i$  včetně kontrolního měření v nule. Následně se vybere nejvyšší hodnota dané odchyly, která se použije pro výpočet nejistoty měření .

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} \quad (3.12)$$

Tato nejvyšší hodnota se dosadí do výpočtu pro obě ramena úhlu. Tímto postupem se zajistí, že i při měření úhlů mezi libovolnými plochami polygonu nemůže vzniknout vyšší nejistota měření.

Výsledná standardní nejistota typu B označovaná jako  $u_B$  se určí ze vztahu:

$$u_B = \sqrt{u_{b1}^2 + u_{b2}^2 + u_{b3}^2 + u_{b4}^2 + u_{b5}^2 + u_{b6}^2 + u_{b7}^2} \quad (3.13)$$

$u_{b1}$  definuje příspěvek k nejistotě 1. etalonu-autokolimátoru, který je určen jako podíl rozšířené nejistoty (autokolimátoru)  $U_{b1}$  a koeficientu rozšíření  $k=2$  pro normální rozdělení pravděpodobnosti:

$$u_{b1} = \frac{U_{b1}}{k} \quad (3.14)$$

$u_{b2}$  definuje příspěvek k nejistotě 2. etalonu-autokolimátoru, který je vyjádřený jako podíl rozšířené nejistoty (autokolimátoru)  $U_{b2}$  a koeficientu rozšíření  $k=2$  pro normální rozdělení pravděpodobnosti:

$$u_{b2} = \frac{U_{b2}}{k} \quad (3.15)$$

$u_{b3}$  definuje příspěvek k nejistotě 3. etalonu-polygonu, který je vyjádřený jako podíl rozšířené nejistoty (polygonu)  $U_{b3}$  a koeficientu rozšíření  $k=2$  pro normální rozdělení pravděpodobnosti:

$$u_{b3} = \frac{U_{b3}}{k} \quad (3.16)$$

$u_{b4}$  definuje příspěvek k nejistotě z interpolace (nalezení přibližné hodnoty funkce v nějakém intervalu) mezi hodnotami mezi kterými byl (autokolimátor 1) kalibrován.  $B_4$  vyjadřuje maximální možnou chybu v místě interpolace,  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$ .

$$u_{b4} = \frac{B_4}{k}, \quad (3.17)$$

$u_{b5}$  definuje příspěvek k nejistotě z interpolace mezi hodnotami mezi kterými byl (autokolimátor 2) kalibrován.  $B_5$  vyjadřuje maximální možnou chybu v místě interpolace,  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$ :

$$u_{b5} = \frac{B_5}{k}, \quad (3.18)$$

$u_{b6}$  definuje příspěvek k nejistotě rozlišení stupnice měření na autokolimátoru 1.  $B_6$  udává rozlišení stupnice a  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$ :

$$u_{b6} = \frac{B_6}{k}, \quad (3.19)$$

$u_{b7}$  definuje příspěvek k nejistotě rozlišení stupnice měření na autokolimátoru 2.  $B_7$  udává rozlišení stupnice a  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$ :

$$u_{b7} = \frac{B_7}{k}, \quad (3.20)$$

Sloučení jednotlivých příspěvků vyjádřených ve formě standardních nejistot do kombinované nejistoty se provede vektorovým součtem všech předešlých nejistot.

$$u_c = \sqrt{u_a^2 + u_{b1}^2 + u_{b2}^2 + u_{b3}^2 + u_{b4}^2 + u_{b5}^2 + u_{b6}^2 + u_{b7}^2}, \quad (3.21)$$

Standardní kombinovaná nejistota je převedena na rozšířenou nejistotu dle vztahu:

$$U = k \cdot u_c, \quad (3.22)$$

kde  $k$  je koeficient rozšíření a jeho hodnota je volena  $k=2$  (odpovídá pravděpodobnosti 0,95 pro normální rozdělení);  $u_c$  je kombinovaná standardní nejistota měření.

### 3.2. Stanovení nejistoty měření optických polygonů kombinační metodou

Zkoušený polygon je kalibrován pomocí dvou autokolimátorů. Základem pro výpočet korekcí úhlů a jejich nejistot jsou rozdíly mezi údaji autokolimátorů, tzv. difference. Tyto difference se vypočítají dle vztahů:

$$\begin{aligned} a_1 - b_2 &= d_{12}, \\ a_2 - b_3 &= d_{23}, \\ a_N - b_1 &= d_{N1}, \end{aligned} \quad (3.23)$$

kde písmena  $a$  značí hodnoty odečítané na autokolimátoru 1,  $b$  značí hodnoty odečítané na autokolimátoru 2, rozdíl odchylek mezi plochami  $a$  a  $b$  je dán veličinou  $d$ .

Na základě těchto rovnic je stanovena korekce pevného úhlu  $A_1$  mezi osami autokolimátorů, tj. hodnota  $K_{Ar}$ :

$$K_{Ar} = \frac{\sum d_i}{N^r} \quad (3.24)$$

kde  $r$  je pořadové číslo série.

Podle výše uvedených rovnic se sestaví analogické vztahy pro ostatní série měření. Následně jsou vypočteny předběžné korekce k úhlům kalibrovaného polygonu podle rovnic:

$$\begin{aligned} k_{12} &= d_{12} - K_{A1}, \\ k_{23} &= d_{23} - K_{A1}, \\ k_{N1} &= d_{N1} - K_{A1}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Tyto rovnice jsou platné pro první sérii měření. Analogicky sestavíme rovnice i pro ostatní série. Předběžné korekce dále slouží jako vstupní hodnoty pro výpočet definitivních korekcí  $K_{ij}$ . Předtím jsou ještě vypočítány předběžné hodnoty definitivních korekcí  $k'_{ij}$  tzv. kombinačním postupem.

$$\begin{aligned} k'_{21} &= k_{21} - k_{22}, \\ k'_{22} &= k_{21} - k_{23}, \\ k'_{2N} &= k_{2N} - k_{2N}, \\ k'_{12} &= k_{11} - k_{11}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Dále jsou vypočteny definitivní korekce úhlů polygonu, které jsou vztaženy na první funkční plochu, dle vztahu:

$$K_{1j} = \frac{\sum k'_{1j}}{N}. \quad (3.27)$$

Takovýmto způsobem jsou zjištěny korekce úhlů jednotlivých ploch polygonu.

Vstupními veličinami pro výpočet jsou tedy hodnoty diferencí  $d_1$  až  $d_i$  a hodnoty korekcí polygonu  $K_1$  až  $K_i$ . Výstupní veličinou je korekce  $k$  u každé plochy kalibrovaného polygonu.

Standardní nejistota vyhodnocovaná způsobem A se stanoví pro danou metodu vztahem:

$$u_A = s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}. \quad (3.28)$$

Výběrové směrodatné odchylky  $s_d$  se vypočítají pro  $d_1$  až  $d_i$  včetně kontrolního měření v nule. Následně se vybere nejvyšší hodnota dané odchylky, která se použije pro výpočet nejistoty měření.

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} \quad (3.29)$$

Tato nejvyšší hodnota se dosadí do výpočtu pro obě ramena úhlu. Tímto postupem se zajistí, že i při měření úhlů mezi libovolnými plochami polygonu nemůže vzniknout vyšší nejistota měření.

Výsledná standardní nejistota typu B označovaná jako  $u_B$  se určí ze vztahu:

$$u_B = \sqrt{u_{b1}^2 + u_{b2}^2 + u_{b3}^2 + u_{b4}^2 + u_{b5}^2 + u_{b6}^2}, \quad (3.30)$$

$u_{b1}$  definuje příspěvek k nejistotě 1. etalonu-autokolimátoru, který je určen jako podíl rozšířené nejistoty (autokolimátoru)  $U_{b1}$  a koeficientu rozšíření  $k=2$  pro normální rozdělení pravděpodobnosti:

$$u_{b1} = \frac{U_{b1}}{k}, \quad (3.31)$$

$u_{b2}$  definuje příspěvek k nejistotě 2. etalonu-autokolimátoru, který je vyjádřen jako podíl rozšířené nejistoty (autokolimátoru)  $U_{b2}$  a koeficientu rozšíření  $k=2$  pro normální rozdělení pravděpodobnosti:

$$u_{b2} = \frac{U_{b2}}{k}, \quad (3.32)$$

$u_{b3}$  definuje příspěvek k nejistotě z interpolace (nalezení přibližné hodnoty funkce v nějakém intervalu) mezi hodnotami, mezi kterými byl (autokolimátor 1) kalibrován.  $B_3$  vyjadřuje maximální možnou chybu v místě interpolace,  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$ :

$$u_{b3} = \frac{B_3}{k}, \quad (3.33)$$

$u_{b4}$  definuje příspěvek k nejistotě z interpolace mezi, hodnotami mezi kterými byl (autokolimátor 2) kalibrován.  $B_4$  vyjadřuje maximální možnou chybu v místě interpolace,  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$ :

$$u_{b4} = \frac{B_4}{k}, \quad (3.34)$$

$u_{b5}$  definuje příspěvek k nejistotě rozlišení stupnice měření na autokolimátoru 1.  $B_5$  udává rozlišení stupnice a  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$ :

$$u_{b5} = \frac{B_5}{k}, \quad (3.35)$$

$u_{b6}$  definuje příspěvek k nejistotě rozlišení stupnice měření na autokolimátoru 2.  $B_6$  udává rozlišení stupnice a  $k$  koeficient rozšíření pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti, tzn.  $k = \sqrt{3}$  :

$$u_{b6} = \frac{B_6}{k}, \quad (3.36)$$

Sloučení jednotlivých příspěvků vyjádřených ve formě standardních nejistot do kombinované nejistoty se provede vektorovým součtem všech předešlých nejistot.

$$u_c = \sqrt{u_a^2 + u_{b1}^2 + u_{b2}^2 + u_{b3}^2 + u_{b4}^2 + u_{b5}^2 + u_{b6}^2}, \quad (3.37)$$

Standardní kombinovaná nejistota je převedena na rozšířenou nejistotu dle vztahu:

$$U = k \cdot u_c, \quad (3.38)$$

kde  $k$  je koeficient rozšíření a jeho hodnota je volena  $k=2$  (odpovídá pravděpodobnosti 0,95 pro normální rozdělení);  $u_c$  je kombinovaná standardní nejistota měření.

Z výše uvedených vztahů je již na první pohled zřejmé, že u kombinační metody bude výsledná nejistota nižší z důvodu zanedbání jednoho z vlivů, kterým je příspěvek k nejistotě etalonového polygonu.

## 4. Metodika měření

Cílem bakalářská práce bylo navrhnout nový způsob výpočtu nejistoty měření optických polygonů v ČMI Ol Liberec, který by zároveň zjednodušil a zefektivnil jejich kalibraci. Návrh nového způsobu má vycházet ze dvou současných metod kalibrace optických polygonů (komparační a kombinační) v ČMI a stanovení jejich nejistot.

### 4.1. Statistické vyhodnocování

Pro statistické vyhodnocování dat v rámci řešení práce byly použity následující matematické nástroje: aritmetický průměr, výběrová směrodatná odchylka.

Výběrový průměr byl určen jako podíl součtu naměřených hodnot  $x_i$  z každého měření a počtu prováděných měření  $n$  [9]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Výběrová směrodatná odchylka byla pak podle následujícího vztahu vypočítána jako odmocnina ze součtu čtverců všech rozdílů mezi naměřenými hodnotami  $x_i$  z jednotlivých experimentů a aritmetického průměru  $\bar{x}$ , dělená počtem provedených měření  $n - 1$  [9]:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

### 4.2. Použitá technologie kalibrace

Porovnání a zhodnocení výpočtu nejistoty měření optického polygonu bylo provedeno u hodnot získaných z metod kalibrace: komparační a kombinační. Výchozím etalonem pro kalibraci byl 8-boký optický polygon vyrobený z oceli.





*Obr. 4.1 Kalibrovaný 8-boký polygon*

Komparační metoda je založena na porovnávání hodnoty úhlu kalibrovaného optického polygonu se známými hodnotami úhlů etalonového optického polygonu. Etalonový a kalibrovaný polygon jsou upnuty v přípravku souose nad sebou a na každý z nich je zacílen jeden autokolimátor.

Samoklalibrační metoda je založena na porovnání odchylek jednotlivých ploch polygonu pomocí dvou autokolimátorů. Ke kalibraci se používá dělicí stůl s upínacím přípravkem a dva autokolimátory.

Princip a způsob kalibrace obou metod je podrobněji popsán v kapitole 2.

Důležitou součástí těchto dvou metod je použití příslušného vybavení, které je následující:

1. optický dělicí stůl Zeiss OKT 315, v. č. 16 152
2. fotoelektrický autokolimátor Elcomat 2000
3. fotoelektrický autokolimátor Elcomat 3000
4. optický polygon Starrett-Webber 36boký, v. č. 7.2790P1, etalon 1. řádu (pouze pro komparační metodu)
5. průměrná deska, min. 800x1000 mm
6. upínací přípravek na polygony



Obr. 4.2 Fotoelektrický autokolimátor Elcomat 3000

#### 4.3. Výstupní hodnoty z měření

Kalibrací 8-bokého polygonu metodou komparační jsou získány hodnoty úhlů polygonu. Z těchto hodnot se nejdříve vypočítají difference  $d_i$  (vzorec 2.1) u každé dvojice údajů autokolimátoru, následně se z dílčích diferencí u každé plochy vypočítají střední hodnoty  $d_i$  a výběrová směrodatná odchylka.

Obecný případ ukázky získaných hodnot a výpočet diferencí je uveden v tab. 1.

Tab. 1 Ukázka naměřených hodnot úhlů při komparační metodě kalibrace 8-bokého polygonu

<i>plocha</i>	<i>autokolimátor 1 (<math>a_i^e</math>) [“]</i>	<i>autokolimátor 2 (<math>a_i^o</math>) [“]</i>	<i>diference (<math>d_i = a_i^e - a_i^o</math>) [“]</i>	<i>aritmetický průměr (<math>\bar{x}</math>) [“]</i>	<i>výběrová směrodatná odchylka (<math>s_x</math>) [“]</i>
	1	2	d	x	s
1	21.35	2.95	18.40	18.42	0.044
2	18.35	2.55	15.80	15.78	0.044
3	19.30	1.70	17.60	17.46	0.152
4	18.30	0.80	17.50	17.38	0.110
5	22.60	4.30	18.30	18.30	0.300
6	19.45	2.65	16.80	16.72	0.104
7	20.90	3.60	17.30	17.15	0.137
8	17.80	0.30	17.50	17.32	0.148

Ve výše uvedené tabulce je v prvním sloupci zastoupena plocha, na kterou byly zacíleny oba autokolimátory, sloupec 2 a 3 udává čtení autokolimátorů, ve sloupci 4 je vypočten rozdíl naměřených hodnot, ve sloupci 5 a 6 je uveden aritmetický průměr a výběrová směrodatná odchylka jednotlivých měření.

Provede se výpočet hodnoty redukováných odchylek  $x_i$  (vzorec 2.2) a na základě těchto hodnot a známých korekcí  $K_{ij}$  etalonového polygonu se vypočítají korekce úhlů ověřovaného polygonu (vzorec 2.3).

Obecný případ ukázky korekcí úhlů je uveden v tab. 2.

*Tab. 2 Ukázka výsledných korekcí úhlů jednotlivých ploch pro komparační metodu*

<b>výsledné korekce pro kombinační metodu</b>	
<b>označení měřených ploch</b>	<b>korekce [“]</b>
<b>k12</b>	+0.23
<b>k23</b>	-0.83
<b>k34</b>	-0.13
<b>k45</b>	+0.76
<b>k56</b>	-0.07
<b>k67</b>	-0.76
<b>k78</b>	+0.11
<b>k81</b>	+0.69

Výpočet nejistoty měření optického polygonu komparační metodou je uveden v kapitole 3 vzorci 3.1 – 3.22. Obecný případ výstupní tabulky s hodnotami nejistot měření je uveden v tab. 3.

Tab. 3 Ukázka výstupních hodnot nejistoty pro komparační metodu

<i>veličina</i>	<i>odhad</i>	<i>standardní nejistota <math>u(x_i)</math> [“]</i>	<i>rozdělení</i>	<i>citlivostní koeficient <math>c_i</math></i>	<i>příspěvek k nejistotě <math>u_i(y)</math> [“]</i>
<b>nejistota typu A</b>	0	0.3000	norm.	1,0	0.1061
<b>vliv etalonu 1</b>	0	0,0100	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv etalonu 2</b>	0	0,0100	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv etalonu 3</b>		0,0500	norm	1,0	0,0500
<b>vliv interpolace 1</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv interpolace 2</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv rozlišovací schopnosti 1</b>	0	0,0577	rovn.	1,0	0,0577
<b>vliv rozlišovací schopnosti 2</b>	0	0,0289	rovn.	1,0	0,0289
<b>výsledná nejistota</b>					<b><math>u_c = 0,1618</math></b>
<b>výsledná rozšířená nejistota</b>					<b><math>U = 0,3236</math></b>

Kalibrací 8-bokého polygonu metodou kombinační jsou získány hodnoty odchylek sousedních ploch polygonu. Z těchto hodnot se nejdříve vypočítají difference  $d_{i,j}$  (vzorec 2.4) pro všechny sousední plochy, následně se z dílčích diferencí u každé plochy vypočítají střední hodnoty  $d_i$  a výběrová směrodatná odchylka.

Obecný případ ukázky získaných hodnot a výpočet diferencí je uveden v tab. 4.

Tab. 4 Ukázka naměřených hodnot kombinační metodou

	série měření 1			série měření 2	
<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>	<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>
1-2	0.40	0.05	1-3	0.10	-0.35
2-3	0.10	1.00	2-4	0.15	0.30
3-4	-0.05	0.20	3-5	0.50	-1.00
4-5	0.05	-0.25	4-6	0.20	-1.30
5-6	0.00	0.70	5-7	0.10	0.10
6-7	0.10	2.65	6-8	0.40	-0.05
7-8	0.30	1.95	7-1	0.40	-1.40
8-1	-0.30	0.90	8-2	0.50	-1.50
	série měření 3			série měření 4	
<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>	<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>
1-4	0.00	0.00	1-5	0.35	0.30
2-5	0.45	-0.05	2-6	0.05	-0.50
3-6	0.15	-0.90	3-7	0.50	0.00
4-7	0.20	-0.30	4-8	0.15	0.05
5-8	0.00	0.05	5-1	0.25	0.15
6-1	0.35	-0.60	6-2	0.20	0.70
7-2	0.35	-1.80	7-3	0.10	0.45
8-3	0.50	-0.50	8-4	0.10	0.05

Provede se výpočet předběžných korekcí úhlů kalibrovaného polygonu podle vzorce 2.6, tyto hodnoty nám slouží jako vstupní hodnoty pro výpočet definitivních korekcí, ale předtím jsou ještě vypočítány předběžné hodnoty definitivních korekcí  $k'_{ij}$  tzv. kombinačním postupem podle vzorce 2.7. Nakonec jsou vypočteny definitivní korekce úhlů polygonu, které jsou vztaženy na první funkční plochu podle vzorce 2.8.

Obecný případ ukázky korekce úhlů je uveden v tab. 5.

Tab. 5 Výsledné korekce pro kalibraci kombinační metodou

výsledné korekce pro kombinační metodu	
<i>označení měřených ploch</i>	<i>korekce ["]</i>
k12	+0.23
k23	-0.83
k34	-0.13
k45	+0.76
k56	-0.07
k67	-0.76
k78	+0.11
k81	+0.69

Výpočet nejistoty měření optického polygonu kombinační metodou je uveden v kapitole 3 vzorci 3.23 – 3.38. Obecný případ výstupní tabulky s hodnotami nejistot měření je uveden v tab. 6.

*Tab. 6 Výstupní data pro výpočet nejistoty měření při kalibraci kombinační metodou*

<i>veličina</i>	<i>odhad</i>	<i>standardní nejistota <math>u(x_i)</math> ["]</i>	<i>rozdělení</i>	<i>citlivostní koeficient <math>c_i</math></i>	<i>příspěvek k nejistotě <math>u_i(y)</math> ["]</i>
<b>nejistota typu A</b>	0	0.3000	norm.	1,0	0.1061
<b>vliv etalonu 1</b>	0	0,0100	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv etalonu 2</b>	0	0,0100	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv interpolace 1</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv interpolace 2</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv rozlišovací schopnosti 1</b>	0	0,0577	rovn.	1,0	0,0577
<b>vliv rozlišovací schopnosti 2</b>	0	0,0289	rovn.	1,0	0,0289
<b>výsledná nejistota</b>					<b><math>u_c = 0,1618</math></b>
<b>výsledná rozšířená nejistota</b>					<b><math>U = 0,3236</math></b>

## 5. Výsledky a hodnocení

### 5.1. Postup vyhodnocování

Kalibrace 8-bokého polygonu byly provedeny při reálných podmínkách v laboratoři ČMI OI Liberec. Naměřené hodnoty, byly zpracovány na PC s použitím softwaru MS Excel 2003. V tomto softwaru byly sestaveny výpočtové vzorce pro stanovení korekcí a nejistoty měření pro používané metody v ČMI OI Liberec (metoda komparační a metoda kombinační).

### 5.2. Výpočet korekcí a nejistoty měření pro 8-boký polygon komparační metodou

Komparační metoda je založena na porovnání hodnoty úhlu kalibrovaného polygonu se známými hodnotami úhlu etalonového polygonu.

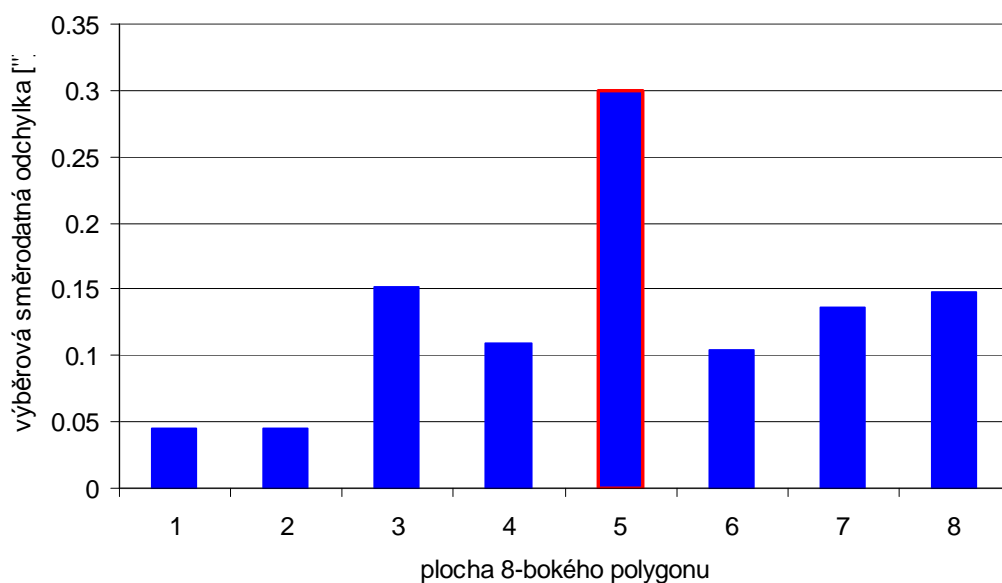
V tabulce 6 nalezneme hodnoty výběrové směrodatné odchylky, které jsou zpřehledněny do grafu uvedeného na obrázku 5.1. Z uvedeného grafu je zřejmé, že nejvyšší hodnotu výběrové směrodatné odchylky udává plocha 5, tj. hodnota 0,3“.

Pro výpočet rozšířené nejistoty měření optických polygonů se volí nejvyšší hodnota výběrové směrodatné odchylky (jakožto nejhorší možná varianta, která nastala).

Dle výše uvedeného plyne, že pro výpočet nejistoty vyhodnocované způsobem A bude použita nejvyšší hodnota, tj. hodnota 0,3“.

Tab. 6 Vstupní data pro výpočet korekcí a nejistoty měření pro komparační metodu

<i>plocha</i>	<i>autokolimátor 1 (<math>a_i^e</math>) [“]</i>	<i>autokolimátor 2 (<math>a_i^o</math>) [“]</i>	<i>diference (<math>d_1 = a_i^e - a_i^o</math>) [“]</i>	<i>aritmetický průměr (<math>\bar{x}</math>) [“]</i>	<i>výběrová směrodatná odchylka (<math>S_x</math>) [“]</i>
	1	2	d	x	s
1	21.35	2.95	18.40	18.42	0.044
2	18.35	2.55	15.80	15.78	0.044
3	19.30	1.70	17.60	17.46	0.152
4	18.30	0.80	17.50	17.38	0.110
5	22.60	4.30	18.30	18.30	0.300
6	19.45	2.65	16.80	16.72	0.104
7	20.90	3.60	17.30	17.15	0.137
8	17.80	0.30	17.50	17.32	0.148



*Obr. 5.1 Velikost hodnoty výběrové směrodatné odchylky - metoda komparační*

V tabulce 7 jsou uvedeny hodnoty úhlů mezi jednotlivými plochami kalibrovaného polygonu, které byly vypočteny na základě matematických vzorců uvedených v kapitole 2, část 2.1.1.

*Tab. 7 Výsledné korekce úhlu komparační metodou*

výsledné korekce pro komparační metodu	
označení měřených ploch	korekce [“]
k12	+2.60
k23	-1.4
k34	0.00
k45	-0.80
k56	+1.45
k67	-0.40
k78	-0.15
k81	-1.05



Kombinovaná nejistota je univerzální mírou k vyjadřování nejistoty výsledku měření. Je však vhodné udávat míru nejistoty jako interval v okolí výsledku měření, ve kterém leží hodnoty, jež lze přisoudit výsledku měření s vysokou věrohodností. Taková míra se nazývá rozšířená kombinovaná nejistota označovaná jako  $U$ . V tabulce 8 nalezneme tyto hodnoty, které vyšly pro  $u_c=0,1348$  a  $U=0,2697$ .

Tab. 8 Vypočtené hodnoty nejistot měření komparační metoda

<i>veličina</i>	<i>odhad</i>	<i>standardní nejistota <math>u(x_i)</math> [“”]</i>	<i>rozdělení</i>	<i>citlivostní koeficient <math>c_i</math></i>	<i>příspěvek k nejistotě <math>u_i(y)</math> [“”]</i>
<b>nejistota typu A</b>	0	0.3000	norm.	1,0	0.1061
<b>vliv etalonu 1</b>	0	0,0200	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv etalonu 2</b>	0	0,0200	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv etalonu 3</b>		0,1000	norm	1,0	0,0500
<b>vliv interpolace 1</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv interpolace 2</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv rozlišovací schopnosti 1</b>	0	0,0999	rovn.	1,0	0,0577
<b>vliv rozlišovací schopnosti 2</b>	0	0,0500	rovn.	1,0	0,0289
<b>výsledná nejistota</b>					<b><math>u_c = 0,1348</math></b>
<b>výsledná rozšířená nejistota</b>					<b><math>U = 0,2697</math></b>

### 5.3. Výpočet korekcí a nejistoty měření pro 8-boký polygon kombinační metodou

V kapitole 2 je podrobně popsána metoda, která je založena na porovnání odchylek jednotlivých ploch polygonu pomocí dvou autokolimátorů. Ke kalibraci se používá dělicí stůl s upínacím přípravkem a dva autokolimátory.



*Obr.5.2. Kalibrace optického polygonu kombinační metodou*

V tabulce 9 nalezneme naměřené hodnoty kombinační metodou. Tyto hodnoty jsou vstupními hodnotami pro výpočet definitivních korekcí úhlů. Výpočet definitivních korekcí je popsán v kapitole 2, část 2.1.2.

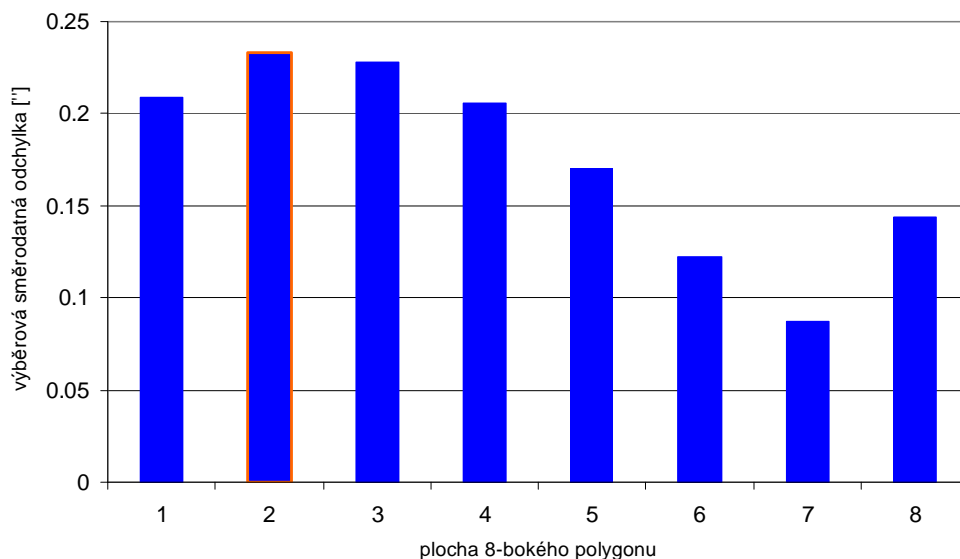
Tab. 9 Naměřené hodnoty kombinační metodou

	série měření 1			série měření 2	
<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>	<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>
1-2	0.40	0.05	1-3	0.10	-0.35
2-3	0.10	1.00	2-4	0.15	0.30
3-4	-0.05	0.20	3-5	0.50	-1.00
4-5	0.05	-0.25	4-6	0.20	-1.30
5-6	0.00	0.70	5-7	0.10	0.10
6-7	0.10	2.65	6-8	0.40	-0.05
7-8	0.30	1.95	7-1	0.40	-1.40
8-1	-0.30	0.90	8-2	0.50	-1.50
	série měření 3			série měření 4	
<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>	<i>plochy měření</i>	<i>autokolimátor 1 ["]</i>	<i>autokolimátor 2 ["]</i>
1-4	0.00	0.00	1-5	0.35	0.30
2-5	0.45	-0.05	2-6	0.05	-0.50
3-6	0.15	-0.90	3-7	0.50	0.00
4-7	0.20	-0.30	4-8	0.15	0.05
5-8	0.00	0.05	5-1	0.25	0.15
6-1	0.35	-0.60	6-2	0.20	0.70
7-2	0.35	-1.80	7-3	0.10	0.45
8-3	0.50	-0.50	8-4	0.10	0.05

Tab.10 Výsledné směrodatné odchylky pro kombinační metodu

výsledné směrodatné odchylky pro kombinační metodu	
<i>označení měřených ploch</i>	<i>výběrová směrodatná odchylka ["]</i>
1	0.2090
2	0.2333
3	0.2279
4	0.2054
5	0.1708
6	0.1227
7	0.0869
8	0.1440

V tabulce 10 nalezneme hodnoty výběrové směrodatné odchyly, které jsou zpřehledněny do grafu uvedeného na obrázku 5.3. Z níže uvedeného grafu je zřejmé, že nejvyšší hodnotu výběrové směrodatné odchyly udává plocha 2, tj. hodnota 0.2333". Pro výpočet výsledné rozšířené nejistoty měření optických polygonů se volí nejvyšší hodnota výběrové směrodatné odchyly (jakožto nejhorší možná varianta, která nastala).



*Obr. 5.3 Velikost hodnoty výběrové směrodatné odchyly - metoda kombinační*

Na základě matematických vzorců uvedených v kapitole 2, část 2.1.2, byly vypočteny definitivní korekce úhlů mezi jednotlivými plochami, které jsou znázorněny v tabulce 11.

*Tab. 11 Výsledné korekce úhlů pro kalibraci kombinační metodou*

<b>výsledné korekce pro kombinační metodu</b>	
<b>označení měřených ploch</b>	<b>korekce ["]</b>
<b>k12</b>	+0.23
<b>k23</b>	-0.83
<b>k34</b>	-0.13
<b>k45</b>	+0.76
<b>k56</b>	-0.07
<b>k67</b>	-0.76
<b>k78</b>	+0.11
<b>k81</b>	+0.69

V tabulce 12 nalezneme hodnoty pro kombinovanou a výslednou rozšířenou nejistotu měření, které byly vypočteny na základě vzorců uvedených v kapitole 3.2. Hodnota kombinované nejistoty dosahuje hodnoty  $u_c=0,1057''$  a výsledná rozšířená nejistota měření  $U=0,2120''$ . Při porovnání zjištěných výsledků rozšířené a kombinované nejistoty měření bylo zjištěno, že výsledné hodnoty jsou o 16% nižší než u metody komparační.

Tab. 12 Vypočtené hodnoty nejistot měření komparační metoda

<i>veličina</i>	<i>odhad</i>	<i>standardní nejistota <math>u(x_i)</math> ["]</i>	<i>rozdělení</i>	<i>citlivostní koeficient <math>c_i</math></i>	<i>příspěvek k nejistotě <math>u_i(y)</math> ["]</i>
<b>nejistota typu A</b>	0	0.2333	norm.	1,0	0,0825
<b>vliv etalonu 1</b>	0	0,0200	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv etalonu 2</b>	0	0,0200	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv interpolace 1</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv interpolace 2</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv rozlišovací schopnosti 1</b>	0	0,0999	rovn.	1,0	0,0577
<b>vliv rozlišovací schopnosti 2</b>	0	0,0500	rovn.	1,0	0,0289
<b>výsledná nejistota</b>					<b><math>u_c = 0,1057</math></b>
<b>výsledná rozšířená nejistota</b>					<b><math>U = 0,2120</math></b>

#### 5.4. Výpočet korekcí a nejistoty měření pro 8-boký polygon samokalibrační metodou

Z poznatků získaných během řešení dané problematiky byl navržen nový způsob kalibrace. Tento nový způsob vychází z poznatků metody kombinační a byl nazván metodou samokalibrační.

Tato metoda je založena na porovnání odchylek jednotlivých ploch polygonu pomocí dvou autokolimátorů. Ke kalibraci se používá dělicí stůl s upínacím přípravkem a dva autokolimátory.

Do osy dělicího stolu se vycentruje kalibrovaný polygon. Na první plochu polygonu se zaměří paprsek autokolimátoru č.1 a na sousední plošku se justuje druhý autokolimátor. Během první série měření jsou oba autokolimátory umístěné ve stejné poloze a pomocí otáčecího zařízení se otáčí polygonem, tímto měřením získáme difference (odchyly) všech sousedních ploch. Poté se autokolimátor 2 přestaví na poslední plochu před  $180^\circ$  a znovu se otáčí polygonem. Každá série měření obsahuje úplnou otáčku polygonu při dané pozici obou autokolimátorů.

Z výše uvedeného je zřejmé, že touto metodou se dá realizovat kalibrace optického polygonu pouze na dvě série, oproti tomu kombinační metoda obsahovala série čtyři (v případě 8-bokého optického polygonu).

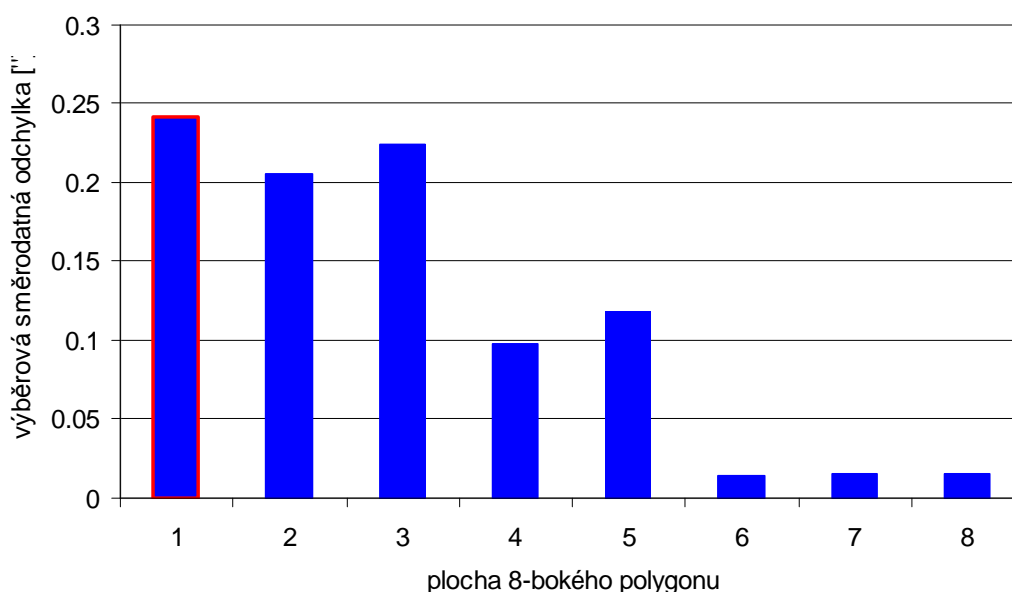
Na základě tohoto způsobu kalibrace byly naměřeny hodnoty, které jsou uvedeny v tabulce 13.

Tab.13 Naměřené hodnoty samokalibrační metodou

plochy měření	série měření č. 1		plochy měření	série měření č. 2	
	autokolimátor č. 1 ["]	autokolimátor č. 2 ["]		autokolimátor č. 1 ["]	autokolimátor č. 2 ["]
1-2	0.40	0.05	1-4	0.00	0.00
2-3	0.10	1.00	2-5	0.45	-0.05
3-4	-0.05	0.20	3-6	0.15	-0.90
4-5	0.05	-0.25	4-7	0.20	-0.30
5-6	0.00	0.70	5-8	0.00	0.05
6-7	0.10	2.65	6-1	0.35	-0.60
7-8	0.30	1.95	7-2	0.35	-1.80
8-1	-0.30	0.90	8-3	0.50	-0.50

Tab.14 Výsledné směrodatné odchyly pro samokalibrační metodu

výsledné směrodatné odchyly pro kombinační metodu	
označení měřených ploch	výběrová směrodatná odchylka ["]
1	0.2414
2	0.2053
3	0.2241
4	0.0979
5	0.1185
6	0.0148
7	0.0155
8	0.0153



*Obr.5.4 Velikost hodnoty výběrové směrodatné odchylky - metoda samokalibrační*

V tabulce 14 nalezneme hodnoty výběrové směrodatné odchylky, které jsou zřehledněny v grafu uvedeném na obrázku 5.4. Z výše uvedeného grafu je zřejmé, že nejvyšší hodnotu výběrové směrodatné odchylky udává plocha 1, tj. hodnota 0.2414". Pro výpočet výsledné rozšířené nejistoty měření optických polygonů se volí nejvyšší hodnota výběrové směrodatné odchylky (jakožto nejhorší možná varianta, která nastala).

Pro výpočet korekcí se vycházelo z toho, že součet odchylek jednotlivých ploch v různých kombinacích se musí rovnat nule (musí se uzavřít kruh). Následně byly zvoleny čtyři různé kombinace. V každé z nich jsou dvě rovnice o dvou neznámých, kterými jsou vždy písmena  $k_1$  a  $k_2$ . Tato písmena určují korekci počáteční polohy autokolimátoru (nevíme, zda paprsek autokolimátoru míří kolmo na plochu).  $k_1$  pro první sérii nastavení a  $k_2$  pro druhou sérii nastavení. Předpokládalo se, že tyto korekce nabývají stejné hodnoty pro všechny kombinace. Čísla v závorce udávají čísla ploch, mezi kterými bylo měření prováděno, např. (1-4), měření bylo prováděno mezi první a čtvrtou plochou. Pro přehlednost je níže ukázáno, jaké kombinace byly zvoleny.

1. *Kombinace*

$$(1-4) + k_1 + (4-7) + k_1 + (7-8) + k_2 + (8-1) + k_2 = 0$$

$$(1-4) + k_1 + (4-5) + (5-6) + (6-7) + (7-8) + (8-1) + 5k_2 = 0$$

2. *Kombinace*

$$(3-6) + k_1 + (6-1) + k_1 + (1-2) + k_2 + (2-3) + k_2 = 0$$

$$(6-1) + k_1 + (1-2) + (2-3) + (3-4) + (4-5) + (5-6) + 5k_2 = 0$$

3. *Kombinace*

$$(1-4) + k_1 + (4-5) + k_2 + (5-8) + k_1 + (8-1) + k_2 = 0$$

$$(1-2) + (2-3) + (3-4) + (4-5) + (5-8) + (8-1) + k_1 + 5k_2 = 0$$

4. *Kombinace*

$$(1-4) + k_1 + (4-5) + k_2 + (5-6) + k_2 + (6-1) + k_1 = 0$$

$$(1-4) + k_1 + (4-5) + (5-6) + (6-7) + (7-8) + (8-1) + 5k_2 = 0$$

Začátek výpočtu korekcí úhlů k daným plochám probíhá stejně jako při metodě kombinační (popsán v kapitole 2.1.2). Vypočítají se předběžné korekce úhlů, které jsou spolu s výše získanými hodnotami  $k_1$  a  $k_2$  vstupními hodnotami pro výpočet definitivních korekcí metodou samokalibrační. Následně byl vytvořen výpočtový program v MS Excel, který pomocí vstupních hodnot a výše uvedených rovnic dopočítal definitivní korekce úhlů k daným plochám. Tyto vypočtené hodnoty definitivních korekcí jsou shrnuty v tabulce 15.

Tab. 15 Výsledné korekce úhlů daných ploch pro samokalibrační metodu

<b>výsledné korekce pro samokalibrační metodu</b>	
<b>označení měřených ploch</b>	<b>korekce [“]</b>
<b>k12</b>	0.48
<b>k23</b>	-0.81
<b>k34</b>	-0.24
<b>k45</b>	0.77
<b>k56</b>	-0.15
<b>k67</b>	-0.74
<b>k78</b>	0.15
<b>k81</b>	0.54

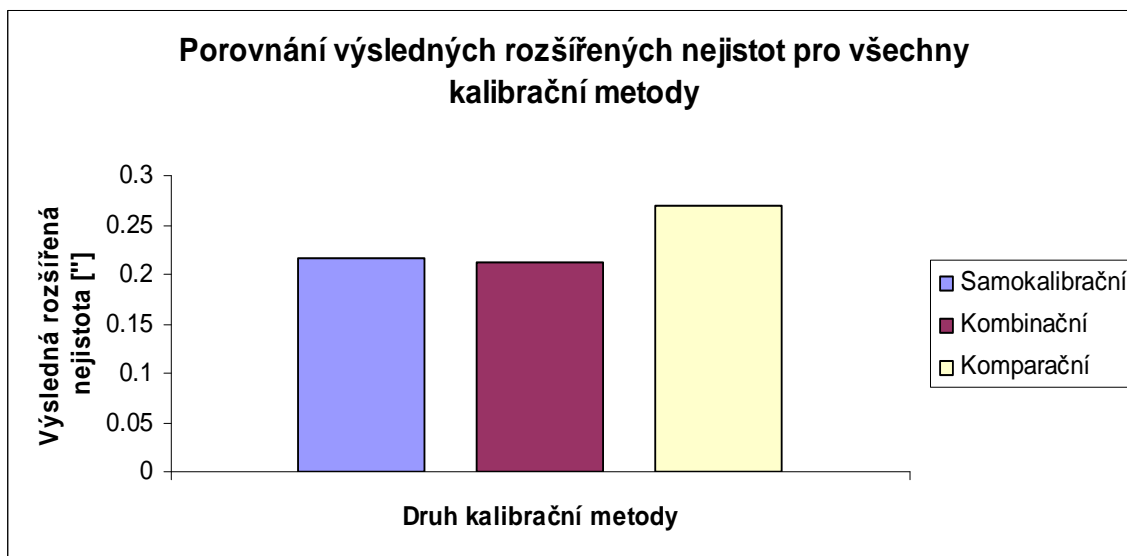


Vstupními hodnotami pro výpočet nejistoty měření samokalibrační metodou jsou výběrové směrodatné odchylky pro potřebné plochy z kombinační metody. Výpočet byl proveden na stejném principu jako výpočet korekcí. Pro výpočet nejistot byly namísto algebraických součtů použity součty vektorové. Na základě výpočtu samokalibrační metodou vyšla kombinovaná nejistota  $u_c = 0,1082''$  a výsledná rozšířená nejistota měření  $U = 0,2165''$ . Při porovnání z kombinační metodou bylo zjištěno, že hodnoty výsledné rozšířené a kombinované nejistoty měření jsou téměř totožné. Hodnoty výsledných nejistot měření pro samokalibrační metodu shrnuje tabulka 16.

Tab. 16 Vypočtené hodnoty nejistot měření samokalibrační metoda

<i>veličina</i>	<i>odhad</i>	<i>standardní nejistota <math>u(x_i)</math> ["]</i>	<i>rozdělení</i>	<i>citlivostní koeficient <math>c_i</math></i>	<i>příspěvek k nejistotě <math>u_i(y)</math> ["]</i>
<b>nejistota typu A</b>	0	0,2413	norm.	1,0	0,0853
<b>vliv etalonu 1</b>	0	0,0200	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv etalonu 2</b>	0	0,0200	norm.	1,0	0,0100
<b>vliv interpolace 1</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv interpolace 2</b>	0	0,0058	rovn.	1,0	0,0030
<b>vliv rozlišovací schopnosti 1</b>	0	0,0999	rovn.	1,0	0,0577
<b>vliv rozlišovací schopnosti 2</b>	0	0,0500	rovn.	1,0	0,0289
<b>výsledná nejistota</b>					<b><math>u_c = 0,1082</math></b>
<b>výsledná rozšířená nejistota</b>					<b><math>U = 0,2165</math></b>

### 5.5. Porovnání nejistot měření a metod kalibrace pro optické polygony



Obr. 5.5 Porovnání výsledných rozšířených nejistot měření pro všechny kalibrační metody

Po dokončení výpočtu výsledných rozšířených nejistot měření pro všechny kalibrační metody byl na základě výsledků sestaven graf, který je zobrazen na obr. 5.5. Lze si povšimnout, že metoda kombinační a samokalibrační vykazují zhruba stejnou výslednou rozšířenou nejistotu měření. Na druhou stranu komparační metoda má tuto nejistotu o cca 16% vyšší. Tento rozdíl výsledné rozšířené nejistoty je způsoben především zanedbáním příspěvku nejistoty, tzv. etalonem polygonu, který ostatní dvě metody neobsahují. Z tohoto grafu dále plyne, že komparační metoda kalibrace optických polygonů je nejméně vhodná pro praktické použití. Velikost výsledné rozšířené nejistoty měření je příliš vysoká. Samokalibrační metodou bylo dosaženo srovnatelných výsledků jako metodou kombinační. Z těchto dosažených výsledků plyne, že tato metoda je pro praktické použití vhodná a může se začít testovat v praxi.

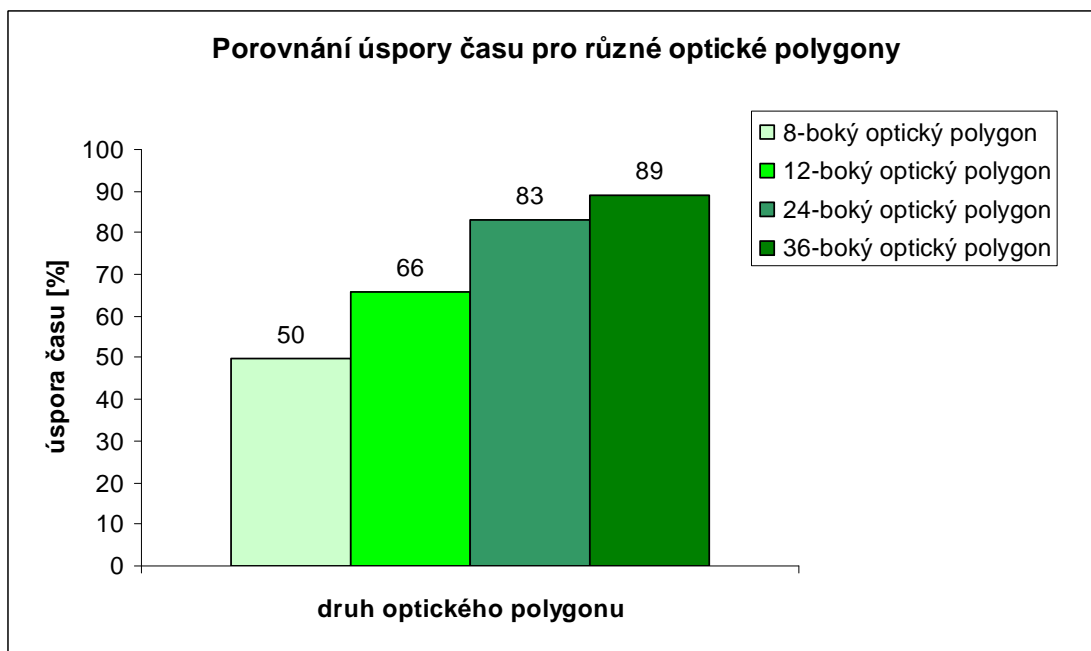
Největší předností této nově navržené kalibrační metody je úspora času. Čím víceboký polygon bude kalibrován, tím bude tato úspora stále větší. Tento významný výsledek reprezentuje tabulka 17, která je zpřehledněna do grafu na obrázku 5.6.

Tab. 17 Úspora času při kalibraci různých druhů optických polygonů

	8-boký optický polygon			
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	4	12	48	50
samokalibrační	2	12	24	
	12-boký optický polygon			
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	6	18	108	66
samokalibrační	2	18	36	
	24-boký optický polygon			
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	12	36	432	83
samokalibrační	2	36	72	
	36-boký optický polygon			
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	18	54	972	89
samokalibrační	2	54	108	

Lze si povšimnout, že ve výše uvedené tabulce 17 je úspora času pro kalibraci 8-bokého optického polygonu novou kalibrační metodou 50%. Na druhou stranu při kalibraci 36-bokého polygonu bude tato úspora již 89%.

Tato výsledná čísla ukazují velký přínos pro praktické využití.



Obr.5.6. Porovnání úspory času při kalibraci pro různé optické polygony

## 6. Diskuze výsledků

Obsahem předložené práce je studium nejistoty měření při kalibraci optických polygonů. Studium je zpracované na základě experimentů provedených na rozsáhlém souboru hodnot.

Nejistota měření je parametr, který bezprostředně souvisí s výsledkem měření a charakterizuje rozptyl hodnot, které lze naměřené hodnotě přiřadit. Jinými slovy, je to interval, ve kterém se mohou vyskytovat všechny očekávané výsledky našeho měření, a jeho stanovení (stanovení šířky tohoto intervalu) je velmi úzce svázáno s teorií pravděpodobnosti - souvisí s tím, jaká spolehlivost je od výsledku měření vyžadována.

Nezbytné základní pojmy, vztahy a definice jsou uvedeny v teoretické části kap. 2. Do této části jsou zahrnuty přehledně informace o optických polygonech a možnostech jejich kalibrace.

Hlavním záměrem a cílem předložené bakalářské práce byl návrh nového způsobu výpočtu nejistoty měření při kalibraci optických polygonů v ČMI OI Liberec.

Výpočet nejistoty měření při kalibraci optických polygonů je popsán v kap. 3 v rozsahu, který dokumentuje vzorce nezbytné pro její výpočet. Kriterialem hodnocení výsledků byla výběrová směrodatná odchylka.

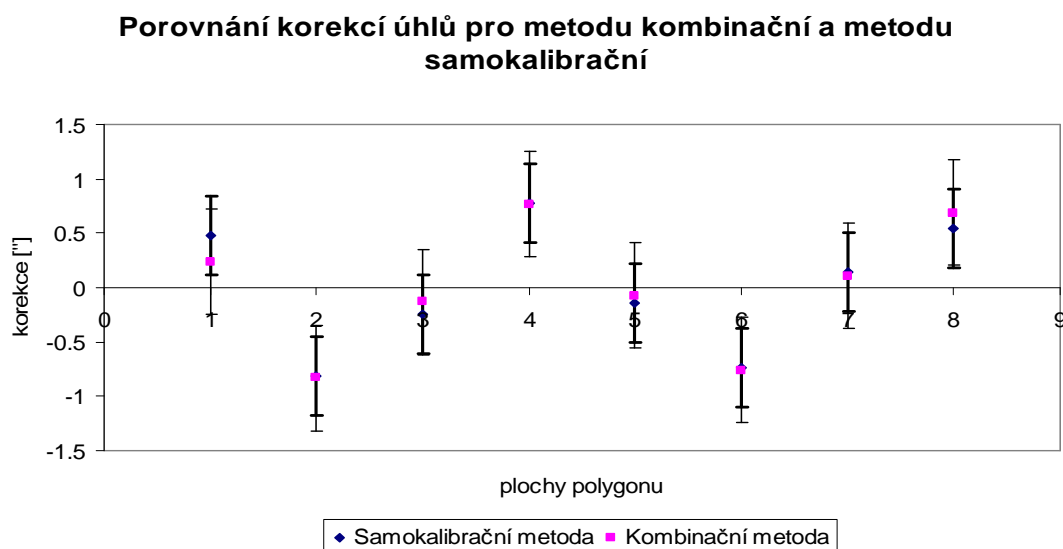
Způsobu získávání, zpracování a vyhodnocování dat se věnuje kap. 4, kde jsou stručně popsány kalibrační metody optických polygonů a způsob vyhodnocování dat.

K ověření nového způsobu stanovení nejistoty měření optických polygonů je použito 8-bokého polygonu. Důvodem k volbě uvedeného polygonu je jeho dostupnost a relativně snadnější aplikace při výpočtu nejistoty měření oproti vícebokým polygonům.

Kalibrace byla provedena v laboratoři ČMI OI Liberec za použití postupů, které jsou uvedeny v kap. 2. Nejistoty měření byly následně vypočteny na základě postupu uvedeného v kap. 3.

Z poznatků získaných během řešení dané problematiky byl navržen nový způsob kalibrace. Tento nový způsob vycházel z poznatků metody kombinační a byl nazván metodou samokalibrační. Hlavní předností nové kalibrační metody je úspora času. Poznatky o této kalibrační metodě a výpočtu nejistot měření jsou podrobně uvedeny v kapitole 5.

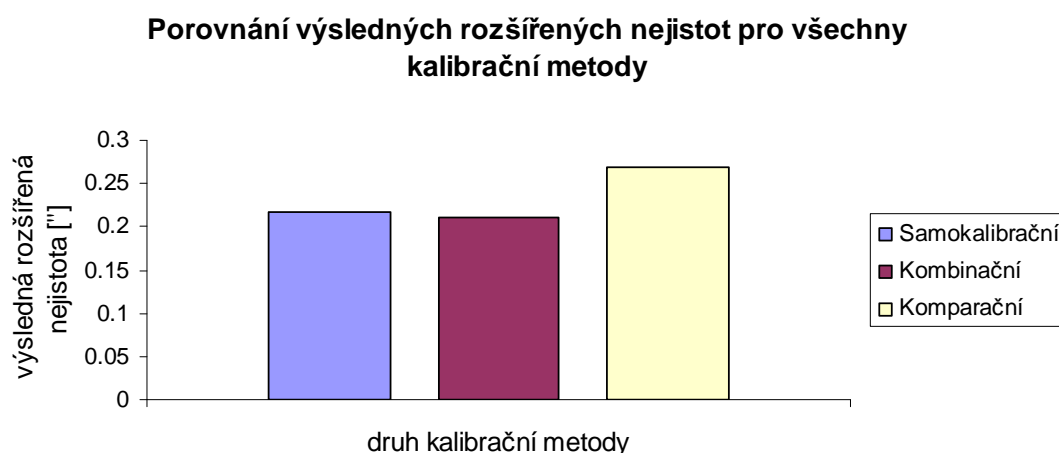
Na základě vypočtených hodnot korekcí úhlů k daným plochám a nejistot měření byl sestaven graf, který je zobrazen na obr. 6.1. U tohoto grafu jsou na ose  $x$  označeny jednotlivé plochy polygonu a na ose  $y$  vyneseny hodnoty korekcí. Modré body zastupují hodnoty korekcí vypočtených metodou samokalibrační a růžové body označují metodu kombinační.



*Obr. 6.1. Porovnání korekcí úhlů pro kombinační a samokalibrační metodu*

Jak je zřejmé z grafu na obrázku 6.1, každý bod je opatřen chybovou úsečkou, která nám udává hodnotu nejistoty měření, tzn. s jakou nejistotou měření byla korekce stanovena. Lze si povšimnout, že chybové úsečky se u všech ploch zčásti překrývají, což znamená, že vypočtené hodnoty korekcí metodou samokalibrační jsou velice podobné vypočteným hodnotám metodou kombinační. Míra překrytí vyznačuje míru shody.

Po výpočtu výsledných rozšířených nejistot měření pro všechny kalibrační metody byl na jejich základě sestaven graf, který je zobrazen na obr. 6.2. V grafu je patrné, že metoda kombinační a samokalibrační vykazují zhruba stejnou výslednou rozšířenou nejistotu měření. Oproti tomu komparační metoda má tuto nejistotu o cca 16% vyšší. Je to způsobeno především zanedbáním příspěvku nejistoty, tzv. etalonu polygonu, který ostatní dvě metody neobsahují.



*Obr. 6.2 Porovnání výsledných rozšířených nejistot měření pro všechny kalibrační metody*

Jak již bylo výše uvedeno, hlavní předností nově navržené metody samokalibrační je úspora času. Čím víceboký polygon bude kalibrován, tím bude tato úspora stále více patrná. Tento významný výsledek reprezentuje tabulka 18, která je zpřehledněna do grafu na obr. 6.3.

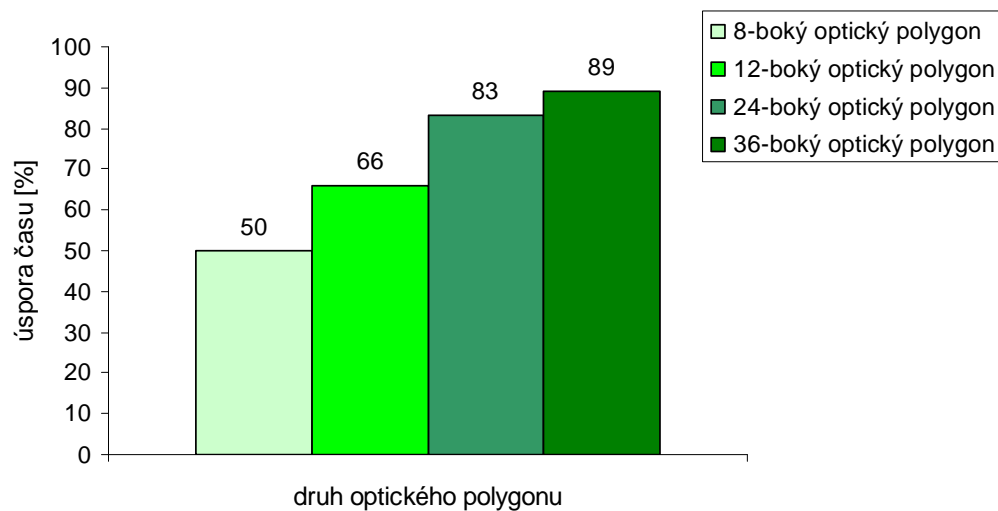
Tab. 18 Úspora času při kalibraci různých druhů optických polygonů

8-boký optický polygon				
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	4	12	48	50
samokalibrační	2	12	24	
12-boký optický polygon				
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	6	18	108	66
samokalibrační	2	18	36	
24-boký optický polygon				
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	12	36	432	83
samokalibrační	2	36	72	
36-boký optický polygon				
druh kalibrační metody	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	18	54	972	89
samokalibrační	2	54	108	

Lze si povšimnout, že ve výše uvedené tabulce 14 pro kalibraci 8-bokého optického polygonu novou kalibrační metodou je úspora času 50%. Na druhou stranu při kalibraci 36-bokého polygonu bude tato úspora již 89%. Tato výsledná čísla ukazují velký přínos pro praktické využití.



### Porovnání úspory času pro různé optické polygony



Obr.6.3. Porovnání úspory času při kalibraci, pro různé optické polygony

## 7. Závěr

Cílem bakalářské práce bylo navrhnout nový způsob výpočtu nejistoty měření optických polygonů v ČMI OI Liberec, který by zároveň zjednodušil a zefektivnil jejich kalibraci. Návrh nového způsobu má vycházet ze dvou současných metod kalibrace optických polygonů (komparační a kombinační) v ČMI a stanovení jejich nejistot.

Problematika řešení předkládané bakalářská práce spadá do oblasti metrologie, oboru rovinný úhel. Metrologie je vědní disciplína, která se neustále vyvíjí a má podstatný význam pro vědecký výzkum.

Pro pochopení dané problematiky bylo důležité provést nejprve rozsáhlou rešerši týkající se kalibrace a stanovování nejistot měření optických polygonů, které se k dané problematice pojí. Získané informace jsou uvedeny v nezbytném rozsahu v úvodní teoretické části práce.

Experimentální část je tvořena dílčími výsledky konkrétního vyhodnocení nejistoty měření při různých metodách výpočtu. V této části práce byly nejprve zhodnoceny dosažené nejistoty měření při komparační a kombinační metodě kalibrace optických polygonů využívané v ČMI OI Liberec. Dále byl navržen nový způsob výpočtu nejistoty měření při tzv. samokalibrační metodě kalibrace.

K ověření nového způsobu stanovení nejistoty měření optických polygonů je použito 8-bokého polygonu. Důvodem k volbě uvedeného polygonu je jeho dostupnost a relativně snadnější aplikace při výpočtu nejistoty měření oproti vícebokým polygonům.

Kritériem hodnocení nejistoty měření při kalibraci optických polygonů byla nejistota vyhodnocovaná způsobem A a korekce úhlů měřených ploch.

Ze souboru měření a získaných výsledků uvedených v diskuzi je možno poukázat zejména na následující:

1. Komparační metoda kalibrace optických polygonů je nejméně vhodná pro praktické použití. Velikost výsledné (rozšířené) nejistoty měření je příliš vysoká oproti ostatním hodnoceným metodám.  
Důvod navýšení uvedené hodnoty lze hledat v započítání příspěvku zdroje označeném etalonovým polygonem zahrnutým do výsledné nejistoty měření, který ostatní dvě metody neobsahují. Navýšení hodnoty lze nalézt také ve velkém rozptylu naměřených hodnot.
2. Kombinační metoda kalibrace optických polygonů je vhodná pro praktické použití. Výsledná rozšířená nejistota měření je cca o 16% nižší než u metody komparační. Vysvětlení lze nalézt již ve výše uvedeném důvodu uvedeném u komparační metody kalibrace - tj. započtení zdroje označeném etalonovým polygonem.
3. Nově navržená kalibrační metoda byla nazvána samokalibrační. Tato metoda vychází z metody kalibrace kombinační. Aplikací nové metody bylo dosaženo srovnatelných výsledků jako při metodě kombinační. Hlavním přínosem této nové metody je úspora času. Touto metodou byla kalibrace v případě 8-bokého polygonu provedena 2x (úspora času 50%) rychleji než metodou kombinační (viz. tab.19).

Tab. 19 Úspora času při kalibraci různých druhů optických polygonů

druh kalibrační metody	8-boký optický polygon			
	počet nastavení autokolimátorů	čas kalibrace 1 řady [min]	výsledný čas kalibrace [min]	úspora času [%]
kombinační	4	12	48	<b>50</b>
samokalibrační	2	12	24	

U kalibrace vícebokých polygonů (tj. 12, 24, 36 ) je tato úspora vyšší (viz. kapitola 6).

V rámci řešení bakalářské práce byl vytvořen přehledný výpočtový program v MS Excel (viz. příloha č.2), do kterého lze zadat pouze naměřené hodnoty. Výsledné korekce a nejistoty měření jsou automaticky dopočítány programem.

Přínosem předložené bakalářské práce je několikanásobné zrychlení kalibrace a zpřesnění výpočtu nejistoty měření při kalibraci optických polygonů.

## Seznam použité literatury:

- [1] BREZINA, I.: Základy metrologie uhlov. ALFA Bratislava, SNTL Praha, 1982.
- [2] DVOŘÁČKOVÁ, Š. *Rozměrová analýza strojírenských výrobků metodami matematické statistiky – stanovení přesnosti koncových měrek při kalibraci*. Liberec, 2009. 118 s. Dizertační práce. TU Liberec.
- [3] LUDVÍK, V. Sborníky technické harmonizace 2005. NEJISTOTY MĚŘENÍ, PŘESNOST MĚŘENÍ, SPRÁVNOST MĚŘENÍ A OTÁZKY SPOJENÉ SE VZÁJEMNOU POROVNATELNOSTÍ VÝSLEDKŮ MĚŘENÍ A S PROHLÁŠENÍM O SHODĚ S TECHNICKÝMI SPECIFIKACEMI. 1. vyd. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2005.
- [4] CYHELSKÝ, L., NOVÁK, I. Statistika. I. díl. 1. vyd. Praha, Bratislava: SNTL, 1967. 288 s. ISBN -.
- [5] Český metrologický institut. Metrologie v kostce. 2 vyd. Brno, 2003. CD ROM. ISBN -.
- [6] ČSN 01 0115 Mezinárodní slovník základních a všeobecných termínů v metrologii (VIM), 2. vydání z 1993
- [7] EA-4/02: Vyjadřování nejistot měření při kalibracích (Expressions of the Uncertainty of Measurements in Calibration, DEC 1999).
- [8] Technická zpráva EUROLAB 1/2006: Pokyn pro vyhodnocování nejistoty měření výsledků kvantitativních zkoušek. 2 vyd. Praha, 2006. CD ROM. ISBN -.
- [9] Rektorys, K.: Přehled užití matematiky I a II. 7. vyd. Praha: Prométheus, spol. s.r.o., 2000. 1594 s. ISBN 80-7196-179-5.

## **Seznam příloh:**

### **Příloha č.1**

Kalibrační list

### **Příloha č.2**

CD ROM - Přehled všech zpracovávaných dat, statistických vyhodnocení